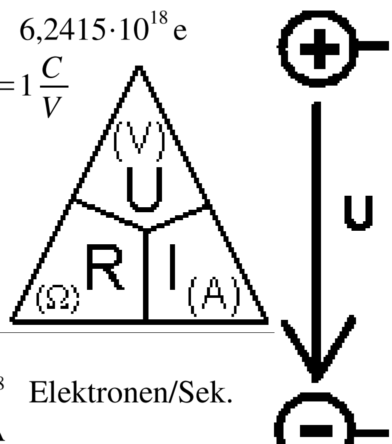
Größe	Kürzel	Einheit	Ladung	Q	$1C = 1As =\ 6{,}2415\cdot 10^{18}\,e$
Kraft	F	$1\mathrm{N}=1\frac{kg\cdot m}{s^2}$	Kapazität	C	$1\mathrm{F}=1\frac{As}{V}=1\frac{C}{V}$
Energie	$W= U\cdot I\cdot t$	$1J = 1Nm$	Induktivität	L	$1\mathrm{H}=1\frac{Vs}{A}$
Leistung	$P=U\cdot I$	$1\mathrm{W}=1\frac{Nm}{s}=1\frac{J}{s}$	magn. Fluss	Φ	$1Wb = 1Vs$
Druck	p	$1\mathrm{Pa}=1\frac{N}{m^2}$	magn. Induk.	B	$1\mathrm{T}=1\frac{Vs}{m^2}$

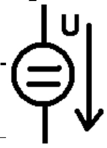


1a (atto) = 10^{-18} 1f (femto) = 10^{-15}
1p (piko) = 10^{-12} 1n (nano) = 10^{-9}
1µ (mikro) = 1 / 1.000.000 = 10^{-6}
1m (milli) = 1 / 1.000 = 10^{-3}
1c (centi) = 10^{-2} 1d (dezi) = 10^{-1}
1k (kilo) = 1.000 = 10^{3}
1M (mega) = 1.000.000 = 10^{6}
1G (giga) = 1.000.000.000 = 10^{9}

Strom(stärke)= I in **A**(mpere);
1 A = $6{,}24\cdot 10^{18}$ Elektronen/Sek.
Spannung = U in **V**(olt); 1V = 1·A
Widerstand = R in **Ω**; 1Ω = 1V/A

Elementar Ladung =
e = $-1{,}602\cdot 10^{-19}$ C

Ohmsche Gesetz: $\boxed{(A)\,\boldsymbol{I}=\frac{\boldsymbol{U}\,(V)}{\boldsymbol{R}\,(\Omega)}}$

	Widerstand (R:Ω)	Stromstärke (I:A)	Spannung (U:V)	Kondensator (C:F)	Induktivität/Spule (L:H)
Reihen-schaltung - - - - -	Es fallen Teilspannungen ab! $R_g = R_1 + R_2 + ...$	$I = I_1 = I_2 = ...$	$U = U_1 + U_2 + ...$ $U_1=\delta_a-\delta_b=\frac{Q_1}{C_1}$ $\delta_a=+Q\,;\,\delta_b=-Q$	$\frac{1}{C_g}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+...$ $Q=Q_1=Q_2=...$	$L_g = L_1 + L_2 + ...$
Parallel-schaltung | | | |	$\frac{1}{R_g}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+...$ $R_g=\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}$:|2|	$I = I_1 + I_2 + ...$ Strom-quelle ► 	$U=U_1=U_2=...$ Spannungs-quelle► 	$C_g=C_1+C_2+...$ $Q_g=Q_1+Q_2+...$ $Q_1=C_1\cdot U_1;...$	$\frac{1}{L_g}=\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}+...$

Kondensator: **Kreis:** $\pi\cdot r^2$ **Hohlzylinder: (i)** $2\pi r_1 h$ **(a)** $2\pi r_2 h$ **(d)** $a=r_2-r_1$

Kapazität = C in **F**(arad) $\boxed{C=\frac{\epsilon_0\cdot\epsilon_r\cdot A}{a}}$ $\epsilon=\epsilon_r\cdot\epsilon_0$ **Fläche** (Platten) **= A** in **m²** **d = Abstand der Plat.**

Feldkonstante = **ε_0** = $8{,}885\cdot 10^{-12}\frac{As}{Vm}=8{,}885\frac{pF}{m}$ **Feldstärke** (im Zwischenraum) **=** $E=\frac{U}{d}$ in **V/m**

Ladung (der Platten) **= Q in As bzw. C;** $Q=I\cdot t$ $\boxed{C=\frac{Q}{U}}$ $\downarrow\rightarrow$ **N(As)$^{-1}$** $\boxed{E=\frac{F}{Q}}$ $E_g=E_1+E_2+...$

- Veränderung des Abstandes: Ladung (Q) bleibt gleich: $\frac{\epsilon\cdot A}{d_1}\cdot U_1=\frac{\epsilon\cdot A}{d_2}\cdot U_2$
- Dielektrikum einfügen: Ladung (Q) bleibt gleich: $W=\frac{1}{2}\cdot\frac{Q^2}{C}=\frac{1}{2}\cdot C\cdot U^2$ (W = Energie)
- Spannungsfestigkeit = $\frac{C_{ersatz}}{C_i}\cdot U_{ges}$ **Dielektrizitätskonstante = ε_r (Vakuum = 1)**
- Ein Kondensator gilt nach Ablauf von fünf Zeitkonstanten als aufgeladen/entladen: $\tau=R\cdot C$

Arbeit = W in **VA**; $W=U\cdot Q=U\cdot I\cdot t$ $1V\cdot 1A\cdot 1s=1Ws\,(Wattsekunde)$

Leistung = P in **W**(att); $P(t)=u(t)\cdot i(t)$

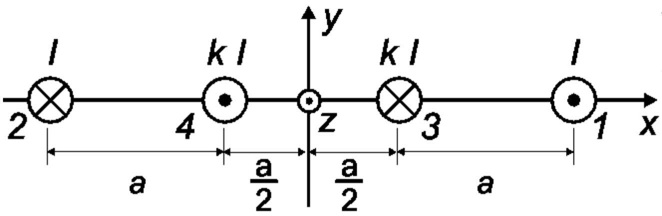
$$P=\frac{Arbeit}{Zeit}=\frac{W}{t}=\frac{U\cdot I\cdot t}{t}=U\cdot I=I^2\cdot R=\frac{U^2}{R}$$

Kraft = F in **N**(ewton) $\vec{F}=Q\cdot\vec{E}=K\cdot\frac{Q_1\cdot Q_2}{l^2}\cdot\vec{e}_r$

Abstand der Körper = l in **m**(eter) **Feld = E**

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{Q}=K\frac{Q}{r^2}\vec{e}_r$$

Konstante = K $K=9\cdot 10^9\cdot\frac{N\cdot m^2}{(As)^2}$ (Materialabhängig)



Unendliche Leiter ‖ zur z-Achse, I = Gleichstrom, µ=µ0.

a) magnetische Feldstärke $\overrightarrow{H_{ges}}$ an Leiter 1?

$$\overrightarrow{H_{ges}}_{x=\frac{3}{2}a}=\left(-\frac{k\cdot I}{2\pi\cdot a}+\frac{k\cdot I}{2\pi\cdot 2a}-\frac{I}{2\pi\cdot 3a}\right)\cdot\vec{e}_y$$

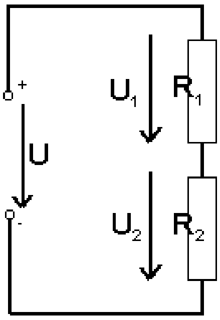
b) Geben Sie die Kraft pro Längeneinheit $\vec{F'_1} = \frac{\vec{F_1}}{l}$ auf Leiter 1 an! #

$$\vec{F'_1} = \frac{\vec{F_1}}{l} = I \cdot \mu_0 H_{ges_{x=\frac{3}{2}a}} \cdot (\vec{e_z} \times \vec{e_z}) = \frac{\mu_o I}{2\pi a}\left(k \cdot I - \frac{k \cdot I}{2} + \frac{I}{3}\right) = \frac{\mu I^2}{12\pi a}(3k+2)\vec{e_x}$$

c) Für welches k ist $\vec{F'_1} = 0$? # 3k + 2 =! 0 -> k = - 2/3 **Jetzt:** Leiter 1 und 2: Wechselstrom $I(t) = I_0 \cdot \cos \omega t$; Leiter 3 und 4 der Wechselstrom k·I(t) **d)** Für welches k wirkt jetzt auf Leiter 1 keine Kraft? # k = - 2/3

Kirchhoffsches Gesetz:

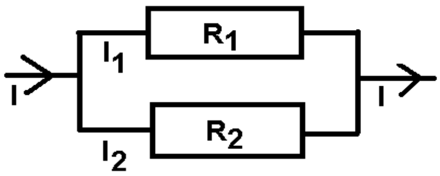
Stromrichtung = umgekehrte Spannungsrichtung!!!



Knotenpunktregel: $\sum_n I_n = 0$ (Spannungs- in Stromquellen umwandeln, Spannungen gesucht!) **(●← = + ; ●→ = -)** Bsp: $I_5 + I_4 - I_3 - I_2 - I_1 = 0$

Maschenregel: $\sum_n U_n = 0$ (Strom- in Spannungsquellen umwandeln, Ströme gesucht!) **(>> = + ; >< = -)** **Bsp:** $U_1 + U_2 - U_3 - U_4 = 0$

◄ Spannungsteilerregel: $\boxed{\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}; \frac{U_2}{U} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}}$ ┌>



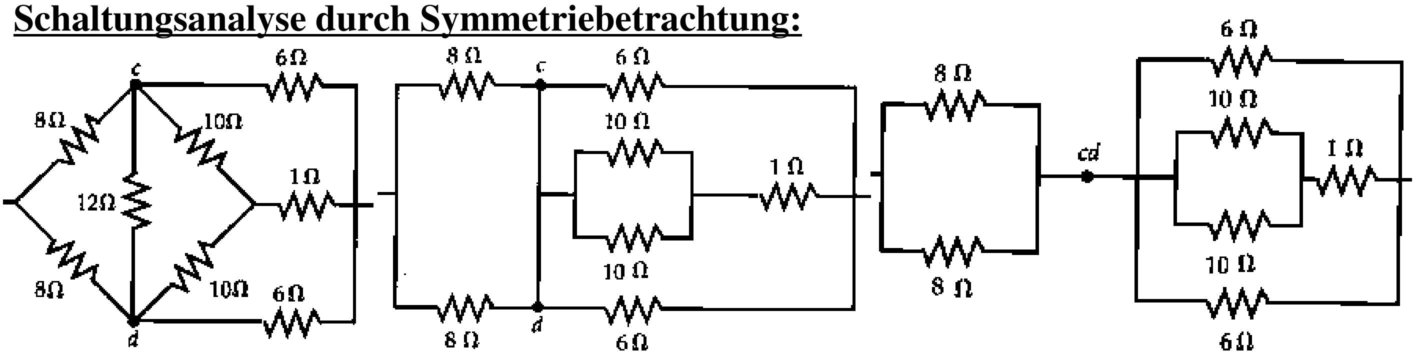
Stromteilerregel: $\boxed{\frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{G_2}{G_1}; \frac{I_1}{I} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{G_1}{G_1 + G_2}}$

Netzwerke (K Knoten; Z Zweige):

$$R_1 \| R_2 = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Knoten (K): Verknüpfungs-/Verzweigungspunkte im Netzwerk.
Zweige (Z): Verbindungswege zwischen den Knoten, in denen Zweipole liegen.
Maschen (M): geschlossene Wege im Netzwerk, wo kein Z und kein K mehrfach durchlaufen wird.
vollständiger Baum: So wählen, dass in jeder Masche genau ein gesuchter Strom vorhanden ist.

Schaltungsanalyse durch Symmetriebetrachtung:



R: Widerstand	(Spannung proportional Strom)	$U = R \cdot I$	-□-	
L: Induktivität	(Spannung proportional Stromänderung)	$U = L \cdot \frac{dI}{dt}$	-■-	$j\omega L$

C: Kapazität (Spannung proportional Stromintegral (gespeicherter Ladung)) $U = \frac{1}{C}\int I\,dt$ -| |- $\frac{1}{j\omega C}$

$A_{Kugel} = 4\pi r^2, U_{Kreis} = 2\pi r, A_{Kreis} = \pi r^2, A_{Zylinder} = A_{Mantel} + A_{Grundfläche}, A_{Mantel} = 2\pi r h, A_{Grundfläche} = 2\pi r^2$

Maschenstromverfahren (MSV):

1. Netzwerk vereinfachen, d.h. Parallele Schaltungen vereinen.
2. Alle Stromquellen in Spannungsquellen umwandeln ($U = I \cdot R$; **Richtung ist umkehrt zu I!!!**)
3. Alle Leitwerte G_i in Widerstände R_i umwandeln ($G_i = \frac{1}{R_i}$) **Leitwerts G** = $\frac{1}{\Omega}$ = **S**(iemens)
4. Vollständigen *Baum* aufstellen (Stromquellen in *Sehnen*!!!; **nur eine** Sehne(/*Ast*) pro Masche!!!)
5. Maschenumlaufsinn festlegen (**ggf. in Stromrichtung!!!**) und die Maschen = Ströme **(!)** benennen.
6. Gleichungssystem aufstellen: $[R] \cdot [I_M] = [U_{qM}]$ mit R Matrix; I, U Vektor. (wird gesucht!)
   - R:[x,x]: Summe der Widerstandswerte der Masche x $[I_M]$: Strom der jeweiligen Masche
   - R:[x,y]: $x \neq y$; Summe der gemeinsamen Widerstandswerte mit Masche y **(>> = + ; >< = -) !!!**
   - $[U_{qM}]$: Summe der Spannungsquellen der Masche q **(>> = - ; >< = +) !!!**

$I_y = \frac{det([X])}{det([R])} = Strom[Ampere]$, wobei [X]: In [R] wird die y-te Spalte durch $[I_M]$ (Vektor) ersetzt.

(Wahl nach Anzahl Gleichungen)	**Maschenstromverfahren (MSV)**	**Knotenpotentialverfahren (KPV)**
Anzahl der Gleichungen	unabh. Maschengl.: Z-(K-1)	unabh. Knotengl.: K-1
Gesuchte Größe	Ströme	Spannungen
Enthaltene Quellen im Netzwerk	Mehr Spannungsquellen	Mehr Stromquellen

Knotenpotentialverfahren (KPV):

1. Netzwerk vereinfachen, d.h. Parallele Schaltungen vereinen. ▼ Parallel zu Widerstand!
2. Alle Spannungsquellen in Stromquellen umwandeln (I = U / R ; **Richtung ist umkehrt zu U!!!**)
3. Alle Widerstände R_i in Leitwerte G_i umwandeln ($R_i = \frac{1}{G_i}$). **(Auch „in" I, also I = U·G !!!)**
4. Bezugsknoten auswählen (φ = 0 (Masse)) und Knoten benennen (Großbuchstaben!).
5. Gleichungssystem aufstellen: $[G]\cdot[U_{K,Bezug}]=[I_K]$ (Knotenregel(Σ I = 0) an <u>allen</u> Knoten
   - G:[x,x]: Summe der Leitwerte welche an dem Knoten x hängen. $[U_{K,Bezug}]$: ges. Spannungspotential
   - G:[x,y]: $x \neq y$;<u>negative</u> Summe **<u>nicht</u>** gemeins. Leitwerte der Knot. x und y, also **-**{[x,x]}∩{[y,y]}
   - $[I_{K,Bezug}]$: Summe der Stromquellen welche an dem Knoten K hängen. **(●← = + ; ●→ = -)!!!**

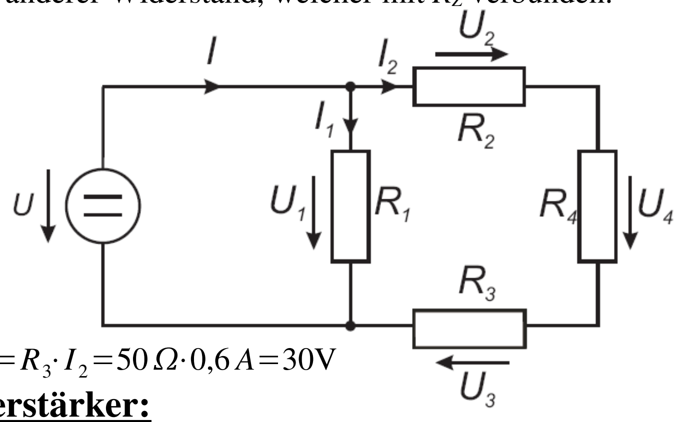
$U_{K,Bezug} = \frac{det([X])}{det([G])} = Spannung[Volt]$, wobei [X]: In [G] wird die y-te Spalte durch $[U_{K,Bezug}]$ ersetzt.

$$R_{AB}=(R_7+R_8)\|R_6 \Rightarrow G_{AB}=\frac{R_6+R_7+R_8}{R_6(R_7+R_8)}=\frac{1}{R_6}+\frac{1}{R_7+R_8}; R_6=R; R_{7,8}=\frac{R}{2}; \Rightarrow G=\frac{1}{R}=G_6; \Rightarrow G_{AB}=\frac{R+R}{R\cdot R}=\frac{2}{R}=2G$$

<u>Ersatzspannungsquelle:</u> *(i)* Ersatzwiderstand berechnen: Spannungquelle durch Kurzschluss ersetzen, von den beiden Klemmen in die Schaltung reinschauen; *(ii)* Leerlaufspannung U_0 berechnen: $U_{AB} = U_0$, $I_{ges} = \frac{U}{R_{ges}}$, R_{ges} von der Spannungsquelle aus berechnen, Sei I_x der durch den zwecklosen Widerstand, dieser ergibt sich aus I_{ges} und den Widerständen mittels Stromteilerregel;

<u>Ersatzstromquelle:</u> *(i)* Kurzschlussstrom I_K bestimmen: Klemmen kurzschließen => ein Widerstand R_Z zwecklos, $I_K = \frac{U}{R_{ges}} \cdot R$ (R_{ges} = Widerstand gesehen von Spannungquelle aus (ohne R_Z), R= Widerstand R_2, welcher mit R_Z und U verbunden geteilt durch Σ R_2 plus anderer Widerstand, welcher mit R_Z verbunden.

<u>Beispiel für ein Netzwerk:</u>



<u>geg</u>.: $R_1=100\,\Omega$ $R_2=20\,\Omega$ $R_3=30\,\Omega$

$R_4=50\,\Omega$ $U=60\,V$ **<u>ges</u>**.: I, I_1, I_2, U_1, U_2, U_3, U_4

$U=U_1=U_2+U_3+U_4$ $I=I_1+I_2=1{,}2\,A$

$I_1=\frac{U}{R_1}=\frac{60\,V}{100\,\Omega}=0{,}6\,A$ $U_3=R_2\cdot I_2=18\text{V}$

$I_2=\frac{U}{R_2+R_3+R_4}=\frac{60\text{V}}{(20+30+50)\,\Omega}=0{,}6\,A$

$U_1=U=60\text{V}$ $U_2=R_2\cdot I_2=20\,\Omega\cdot 0{,}6\,A=12\text{V}$ $U_4=R_3\cdot I_2=50\,\Omega\cdot 0{,}6\,A=30\text{V}$

Die drei „goldenen Regeln" der Operationsverstärker:

1. Eingangswiderstand: ∞ , d.h. am invertierenden (-) und nichtinv. (+) Eingang fließt **<u>kein</u>** Strom.
2. + und – können im Modell <u>für die Spannung</u> (!) gebrückt werden. (a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i
3. Die Spannungsverstärkung des Operationsverstärkers ist unendlich (a+bi)·(c+di)=(ac-bd)+(ad+bc)i

Impedanz (Z) & Admittanz (Y)

Fequenz: $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$

Impedanz (Widerstand): $\underline{Z}_R = R$, $\underline{Z}_L = j\omega L = \omega L \cdot e^{+j90°}$, *Admittanz (Leitwert):* $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}}$, $\underline{Y}_R = \frac{1}{R}$,

$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{j}{\omega C} = \frac{1}{\omega C}\cdot e^{-j90°}$ $\underline{Z}(\omega) = 1/\underline{Y}(\omega)$ $\underline{Y}_L = \frac{1}{j\omega L} = -\frac{j}{\omega L}$, $\underline{Y}_C = j\omega C$

<u>Auflösen:</u> Admittanz $\underline{Y}(\omega)$ und Impedanz $\underline{Z}(\omega)$ immer zum Ende hin gruppieren, d.h. $a \pm j \cdot b$.

Imaginärteil möglichst nicht im Nenner, dafür mit komplex konjugierten multiplizieren, d.h. $\frac{1}{z}\cdot\frac{z*}{z*}$

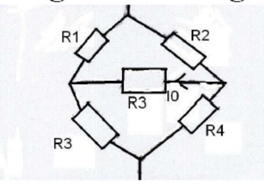
$z \cdot z = x^2 + y^2$, d.h. **Betrag** ist $|z| = \frac{U}{R_{ges}}$ Sch. nimmt nur Wirkl. auf, wenn U u. I in Phase, also $\underline{Z}$ rein reell.

Reihenschaltung: Impedanzen $\underline{Z}(\omega)$ addieren sich. **Parallelschaltung**: Admittanzen $\underline{Y}(\omega)$ addieren sich.

● U_1 in Abhängigkeit von der Stellung des Potentiometers x? #U_{R1}=0~kein Spann.-abfall über R_1; $U_1=x\cdot U$

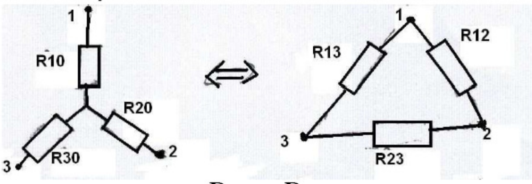
● Strom I durch den Lastwiderstand R_L in Abhängigkeit von x und R_3? # $U_{R3}=U_1=x\cdot U=R_3\cdot I \Leftrightarrow I=(x\cdot U)/R_3$

Abgleichbedingung Brücke:



$$\frac{R_1}{R_3}=\frac{R_2}{R_4}\Rightarrow I_Q=0$$

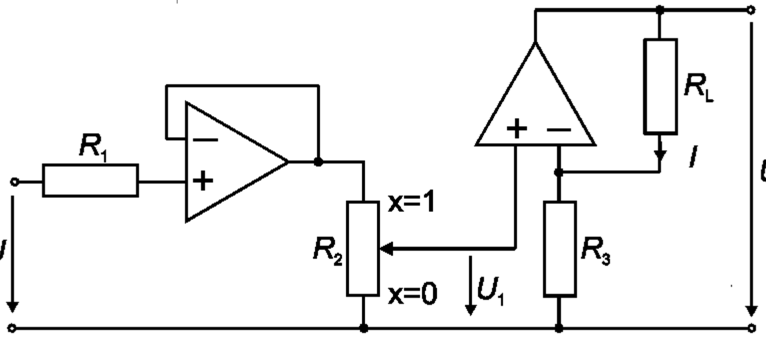
Stern-/Dreiecktransformation:



$R_{10}=\frac{R_{12}\cdot R_{13}}{R_{12}+R_{13}+R_{23}}; R_{12}=R_{10}+R_{20}+\frac{R_{10}\cdot R_{20}}{R_{30}}$ *symmetrisch:* $R_{Stern}=\frac{R_{Dreieck}}{3}$

● Wie groß muss R_3, damit für x = 1, I = 10mA beträgt? # R_3 = (x · U) / I = (1 · 5V) / 0,01A = 500Ω (**U=5V, R_1=120kΩ, R_2=47kΩ**)

● U_A = U_{Amax} = 12V. Maximalen Widerstand R_L = R_{Lmax}, wo gerade noch der Strom I = 10mA bei x = 1 fließen kann (R_3 wie in c) berechnet)? # U_A = U_1 + I · R_L => R_{Lmax} = (U_{Amax} – U) / 10mA = 700Ω (U_1 = I · R_3 = U_{R3})



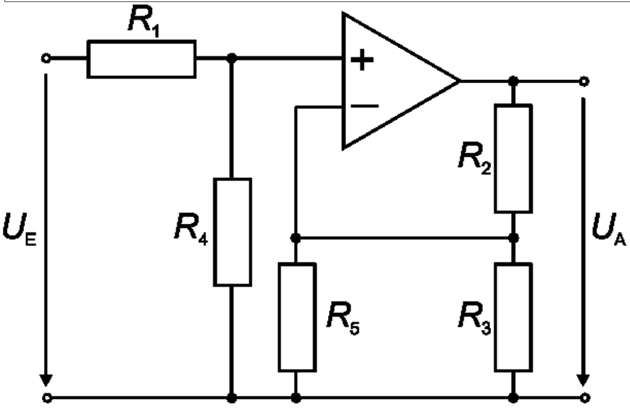


Abb. 1

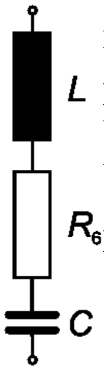


Abb. 2

Zunächst: R_4 und R_5 unendlich groß. ● Wie groß Verstärkung $v_a=U_A/U_E$?#$I_{R1}=0, v_a=(R_2+R_3)/R_3$

Nun: R_4 und R_5 beliebig. ● Wie groß ist v_b? #
$U_E\cdot R_4/(R_1+R_4)=U_+=U_-=U_A\cdot(R_3||R_5)/((R_3||R_5)+R_2)$
$v_b=U_A/U_E=R_4/(R_1+R_4)\cdot((R_3||R_5)+R_2)/(R_3||R_5)=$
$R_4/(R_1+R_4)\cdot(R_3R_5+R_2R_3+R_2R_5)/(R_3R_5)$.

Nun: R_5 wird durch Abb. 2 ersetzt. $U_E=U_E\cdot e^{j0°}$.

● Wie groß ist Resonanzfrequenz ω_0 von Abb. 2?

$$\underline{Z}=R_6+j\omega L+\frac{1}{j\omega C}=R_6+j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)$$

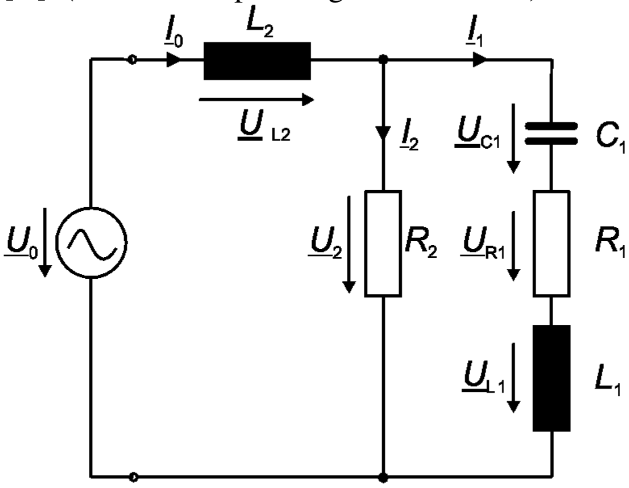
für $\mathrm{Im}\{\underline{Z}\}\overset{!}{=}0$ folgt dann $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$ MEIST!

● Wie groß Verstärkung v_d@Frequenz ω_0? # Bei Resonanz ist $\underline{Z}=R_6$, $v_d=\frac{R_4}{R_1+R_4}\cdot\frac{R_3R_6+R_2R_3+R_2R_6}{R_3R_6}$.

$$U_E=\frac{U_A\cdot R_3}{R_2+R_3}\Leftrightarrow\frac{U_A}{U_E}=\frac{R_2+R_3}{R_3}=v_a \quad \underline{U}\cdot\underline{I}^*=\underbrace{\underline{S}}_{\text{Scheinl.}}=\underbrace{P}_{\text{Wirkl.}}+j\underbrace{Q}_{\text{Blindl.}}=I^2\cdot\underline{Z}=\sqrt{P^2+Q^2} \quad \underline{z}=a+jb,\text{ konj.: }\underline{z}^*=a-jb$$

<u>Nennstrom von Lampen einer Lichterkette:</u> $I_A=P/U_A$ = x[A]. (Strom und Spannung sind in Phase.)

P_2 = von R_2 aufgenommene Wirkleistung = 125W
R1 = 4Ω ωL_1 = 4Ω f = 50Hz U2 = $U2\cdot e^{j0°}$
R_2 = 5Ω ωL_2 = 1Ω $1/\omega C_1$ = 1Ω



● Berechne alle Spannungen und Ströme! #

$$P_2=U_2^2/R_2\Leftrightarrow U_2=\sqrt{R_2R_2}=25\text{V}\Rightarrow\underline{U_2}=25\text{V}\cdot e^{j0°}$$
$$\underline{I_2}=\underline{U_2}/R_2=5\text{A},\quad \underline{U_{R1}}=R_1\cdot\underline{I_1}=(16-j12)V$$
$$\underline{I_1}=\frac{\underline{U_2}}{\underline{Z_1}}=\frac{\underline{U_2}}{R_1+j(\omega L_1-1/(\omega C_1))}=\frac{25}{4+j3}A=(4-j3)A$$
$$\underline{U_{C1}}=1/(j\omega C_1)\cdot\underline{I_1}=-j(4-j3)V=(-3-j4)V$$
$$\underline{U_{L1}}=j\omega L_1\cdot\underline{I_1}=(12+j16)V,\quad \underline{I_0}=\underline{I_1}+\underline{I_2}=(9-j3)A$$
$$\underline{U_{L2}}=j\omega L_2\cdot\underline{I_0}=(3+j9)V,\quad \underline{U_0}=\underline{U_{L2}}+\underline{U_2}=(28+j9)V$$

● Was sind die von der Spannungsquelle $\underline{U_0}$ abgegebenen Schein-, Wirk- und Blindleistungen? # $\underline{S_0}=\underline{U_0}\cdot\underline{I_0}^*=(28+j9)(9+j3)VA=\mathbf{225W}+j\,\mathbf{165VA}=P_0+jQ_0$

● Was muss parallel $\underline{U_0}$ geschaltet werden, damit nur Wirkleistung? # Schaltung nimmt positive Blindleistung auf → zur Blindl.-kompensation: Kondensator parallel. ● Welchen Wert mus Teil dann annehmen?

$$|Q|=|U_0^2/(1/(\omega C_{par}))|\overset{!}{=}Q_0\quad C_{par}=Q_0/(U_0^2\cdot 2\pi f)=165/((28^2+9^2)\cdot 2\pi\cdot 50)\cdot F=0{,}61\,mF$$